



RENIECYT - LATINDEX - Research Gate - DULCINEA - CLASE - Sudoc - HISPANA - SHERPA UNIVERSIA - E-Revistas - Google Scholar  
DOI - REBID - Mendeley - DIALNET - ROAD - ORCID

# **Title:** Comparación del comportamiento del flujo en impulsores de disco y de flujo axial

**Author:** Arturo LIZARDI RAMOS

**Editorial label ECORFAN:** 607-8324  
**BCIERMIMI Control Number:** 2017-02  
**BCIERMIMI Classification (2017):** 270917-0201

**Pages:** 18

**Mail:** arlr@correo.azc.uam.mx

**RNA:** 03-2010-032610115700-14

**ECORFAN-México, S.C.**

244 – 2 Itzopan Street

La Florida, Ecatepec Municipality

Mexico State, 55120 Zipcode

Phone: +52 1 55 6159 2296

Skype: ecorfan-mexico.s.c.

E-mail: contacto@ecorfan.org

Facebook: ECORFAN-México S. C.

Twitter: @EcorfanC

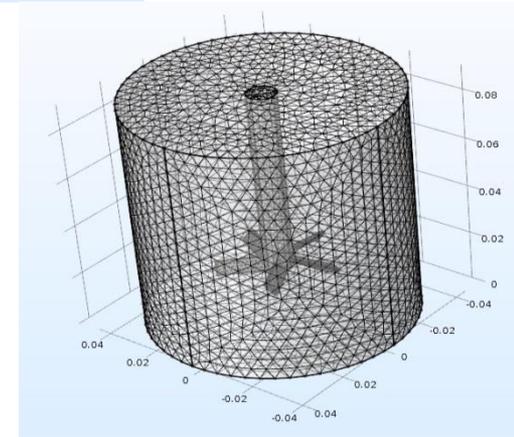
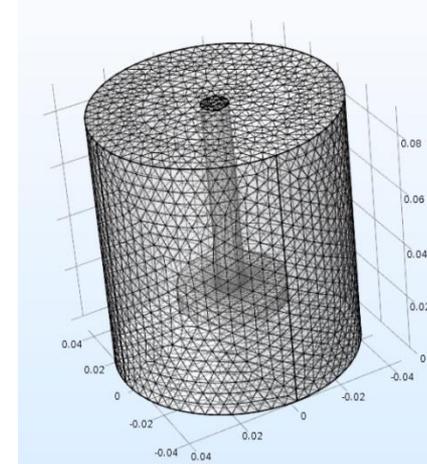
[www.ecorfan.org](http://www.ecorfan.org)

### Holdings

Bolivia	Honduras	China	Nicaragua
Cameroon	Guatemala	France	Republic of the Congo
El Salvador	Colombia	Ecuador	Dominica
<b>Peru</b>	<b>Spain</b>	<b>Cuba</b>	<b>Haití</b>
Argentina	Paraguay	Costa Rica	Venezuela
Czech Republic			

## Resumen

En este trabajo se presenta la comparación del desempeño del flujo, en el interior de un depósito cilíndrico cerrado, que es generado por un impulsor de disco y uno de flujo axial. Para ello se modelan y resuelven en forma numérica las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento en estado permanente para un fluido incompresible. Los resultados se muestran a través de los campos del vector velocidad ( $V$ ) y de las componentes de velocidad radial ( $u$ ) y axial ( $w$ ). En ambos casos se maneja una velocidad angular constante y la misma relación radio/altura, además de dos tipos de fluido: agua y gasolina que, de acuerdo a la situación física del problema, corresponden a un número de Reynolds de  $2.74 \times 10^4$  y  $0.63 \times 10^4$ , respectivamente.

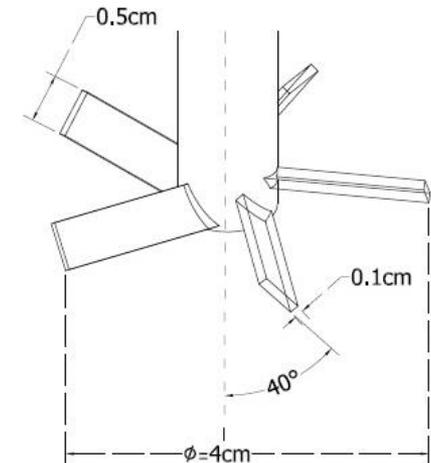
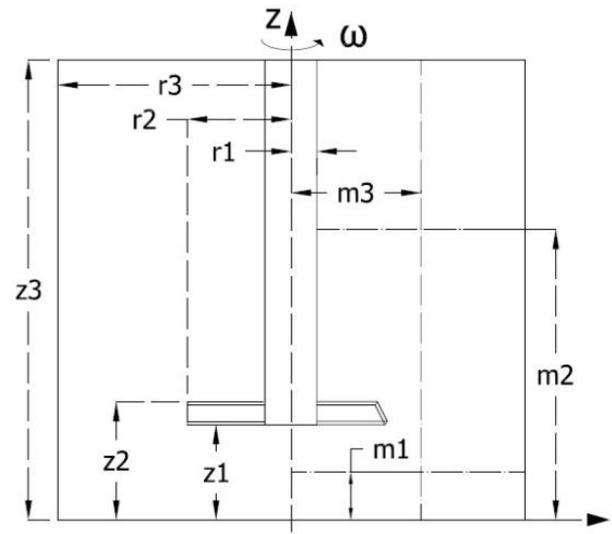
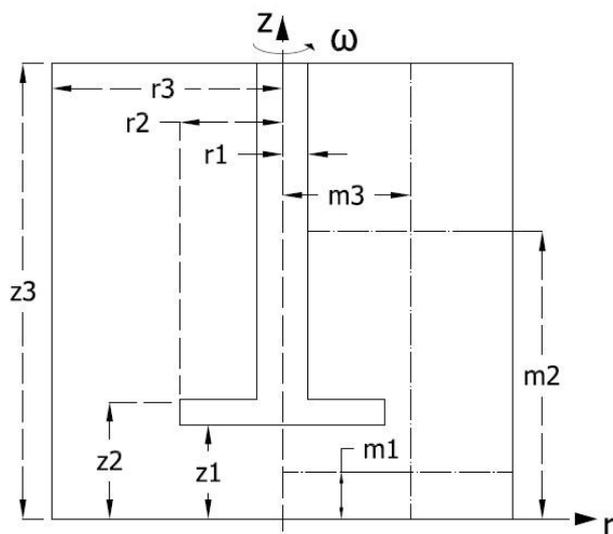


## Introducción

La gran cantidad de aplicaciones prácticas que tiene el movimiento circulatorio de un fluido viscoso e incompresible confinado en un recipiente cilíndrico, aunado al interés teórico dado por las características de la ecuación de Navier-Stokes; ecuación diferencial parcial no lineal y elíptica, ha generado investigaciones que aún no resuelven el problema por completo. Dentro de los diferentes aspectos de la dinámica de fluidos computacional, la ecuación de Navier-Stokes, para fluidos viscosos, juega un papel importante en el desarrollo de nuevos y eficientes algoritmos numéricos que permitan obtener información sobre el comportamiento del flujo. La no linealidad de la ecuación de Navier-Stokes implica dificultades críticas de integración global requiriendo de sofisticados esquemas iterativos de solución para resolver los sistemas de ecuaciones algebraicas resultantes. Además, al acoplar las condiciones de frontera al esquema de segundo grado de la ecuación de Navier-Stokes, conduce a dificultades de implementación para definir el problema en estudio. Por todo lo anterior la simulación numérica, al paso del tiempo, ha venido ganando terreno en la solución de este tipo de problemas.

## Sistemas a analizar

El modelo consiste en un depósito cilíndrico de 9 cm de diámetro por 9 cm de altura, al cual se le colocan por separado dos impulsores: uno de disco y uno de flujo axial, con cinco álabes. El impulsor de disco tiene 4 cm de diámetro por 0.5 cm de espesor. El impulsor de flujo axial tiene 4 cm de diámetro proyectado, cinco álabes de 0.5 cm de altura, 0.1 cm de espesor y están colocados sobre un eje o flecha con un ángulo de  $40^\circ$  respecto a la vertical. Los impulsores y el eje, de 1 cm de diámetro, giran a una velocidad angular de 13.61 rad/s.



## Estado del arte

- Pao (1972) propuso un método numérico para estudiar un fluido viscoso incompresible confinado en una cámara cilíndrica donde la tapa superior está rotando a una velocidad angular constante y las paredes y fondo del recipiente permanecen fijos. Se analiza la función corriente y la circulación, la distribución de velocidades y el coeficiente de par para un rango del número de Reynolds de 1 a 400.
- Bertelá y Gori (1982) presentaron un método numérico que permite resolver el flujo estable y transitorio de un fluido dentro de una cámara cilíndrica con la cubierta rotando. En el estudio se analizan las componentes de velocidad, líneas de corriente y coeficiente de torque para un número de Reynolds de 100 y 1000, y para una relación geométrica de 0.5, 1 y 2.
- Lang *et al.* (1994) estudiaron numéricamente el flujo laminar estable en un cilindro fijo con un disco rotando en la tapa superior. El trabajo resalta el análisis del coeficiente de torque y de los flujos volumétricos primario y secundario para un rango del número de Reynolds de 1 a  $10E5$  y para una relación geométrica de 0.02 a 3.

- Valentine y Jahnke (1994) describieron el campo de flujo dentro de un contenedor cilíndrico inducido por la rotación de las tapas superior e inferior, manteniendo la pared lateral fija. En el trabajo se demuestra que se generan puntos de estancamiento a lo largo del eje de rotación entre el plano medio de simetría y las tapas en rotación. Las relaciones geométricas analizadas fueron 0.5, 0.8, 1.0, y 1.5, se examinaron en un intervalo de números de Reynolds de 100 a 2000.
- Khalili, *et al.* (1995) proveyeron una solución numérica para un flujo laminar inducido, dentro de un cilindro, por un disco rotatorio situado asimétricamente respecto a la altura. Presentaron el análisis de las líneas de corriente, de la componente de velocidad tangencial y del coeficiente de torque para distintos posicionamientos del disco, para una relación geométrica de 1 a 2 y para un rango de números de Reynolds de 1 a 5000.

- Yu, *et al.* (2007) estudiaron numéricamente el flujo en una cámara cilíndrica cerrada con un disco giratorio en el fondo y cuyo radio es menor al de la cámara. El comportamiento del flujo se investigó para una amplia gama de parámetros. Se analizaron, en el plano meridional, las líneas de corriente, momento angular y vorticidad, para diferentes Reynolds (1000, 1500 y 2000), relación geométrica  $H/R$  (1.5) y relación de radios  $R/r_d$  (1.5, 1.8, 2.0, 2.2, 2.6, 3.0, 5.0).
- Sturzenegger, *et al.* (2012) estudiaron el flujo axisimétrico dentro de un recipiente cilíndrico con una varilla a lo largo de su eje de simetría. El flujo se produce por la rotación de uno de los extremos del cilindro, de ambos extremos, o de la pared lateral. Se presentan expresiones analíticas (para números de Reynolds bajos) del campo de velocidad azimutal, extendiendo la solución para el caso sin varilla.

## Desarrollo matemático

Las expresiones que describen el movimiento rotatorio de un fluido viscoso, incompresible, en estado permanente, en el interior de un depósito cilíndrico, son las ecuaciones de continuidad y conservación la cantidad de movimiento en coordenadas polares cilíndricas.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + v \left[ \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right]$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u v}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + v \left[ \nabla^2 v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right]$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + v \nabla^2 w + g$$

En estas ecuaciones se tienen cuatro incógnitas; las tres componentes de velocidad ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) y la presión ( $P$ ). Las condiciones de frontera para el sistema con impulsor de disco se muestran en la siguiente tabla:

$r = 0,$ $0 \leq z \leq z_1$	$u=0,$	$v=0,$	$\frac{\partial w}{\partial r} = 0$
$r = r_3,$ $0 \leq z \leq z_3$	$u=0,$	$v=0,$	$w=0$
$0 \leq r \leq r_2$ $z = z_1,$ $r_1 \leq r \leq r_2$ $z = z_2$	$u=0,$	$v=\omega r,$	$w=0$
$z_1 \leq z \leq z_2$ $r = r_2$ $z_2 \leq z \leq z_3,$ $r = r_1,$	$u=0,$	$v=\omega r,$	$w=0$
$z = 0,$ $0 \leq r \leq r_3$ $z = z_3,$ $r_1 \leq r \leq r_3$	$u=0,$	$v=0,$	$w=0$

En donde  $r_1$ ,  $r_2$  y  $r_3$  son el radio del eje, del impulsor y del recipiente, respectivamente;  $z_1$ ,  $z_2$  y  $z_3$  son las distancias desde el fondo del contenedor hasta la parte inferior impulsor, parte superior del mismo y tapa del cilindro, respectivamente; y  $\omega$  es la velocidad angular con que gira el impulsor.

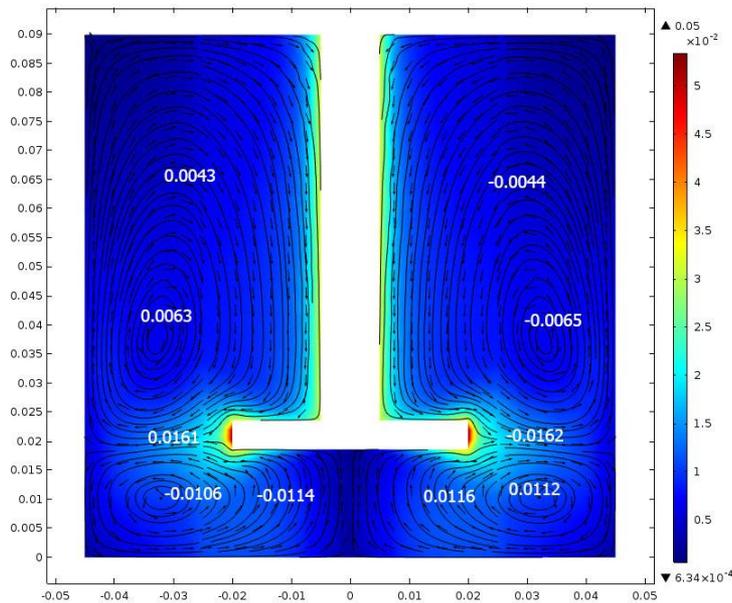
El número de Reynolds (Re) para este sistema se puede obtener con la siguiente ecuación.

$$Re = \frac{\Omega r_2^2}{\nu}$$

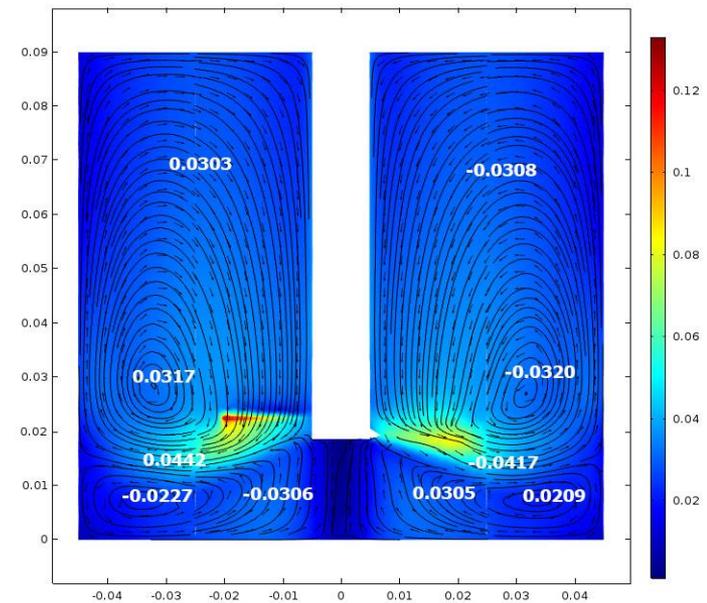
Las condiciones de frontera para el sistema con impulsor de flujo axial son similares a las del impulsor de disco, a diferencia de que se le asigna la condición de no deslizamiento, y la expresión  $v = \omega r$ , a la superficie de los álabes del impulsor.

## Resultados

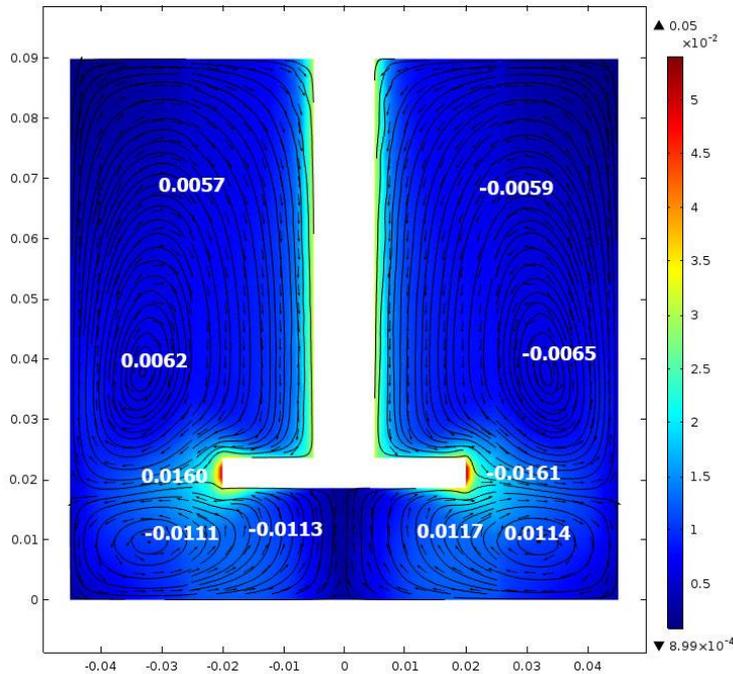
Una vez hecha la programación, se hicieron corridas para agua y gasolina:



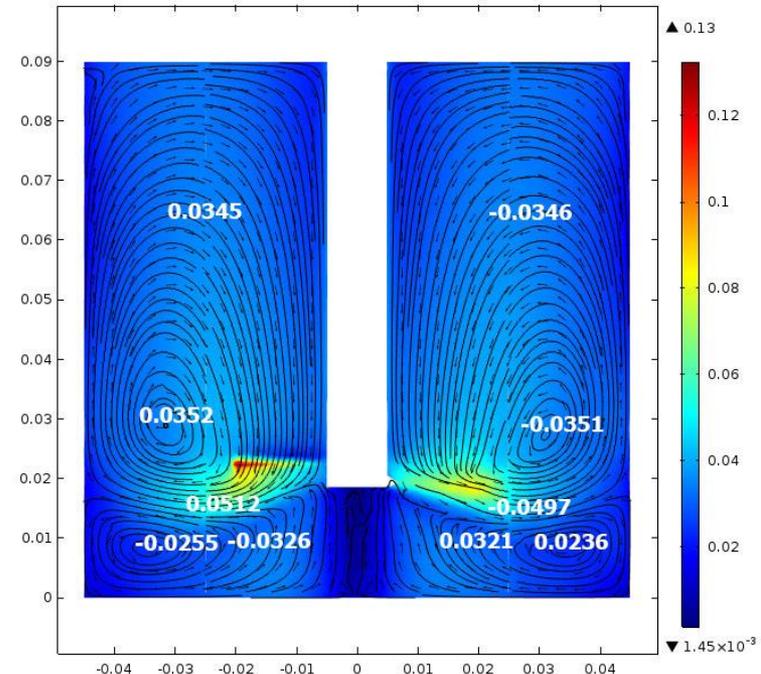
Campo de velocidades (V) con impulsor de disco en agua ( $Re=2.74 \times 10^4$ )



Campo de velocidades (V) con impulsor de flujo axial en agua ( $Re=2.74 \times 10^4$ )



Campo de velocidad (V) con impulsor de disco en gasolina ( $Re=0.63 \times 10^4$ )



Campo de velocidad (V) con impulsor de flujo axial en gasolina ( $Re=0.63 \times 10^4$ )

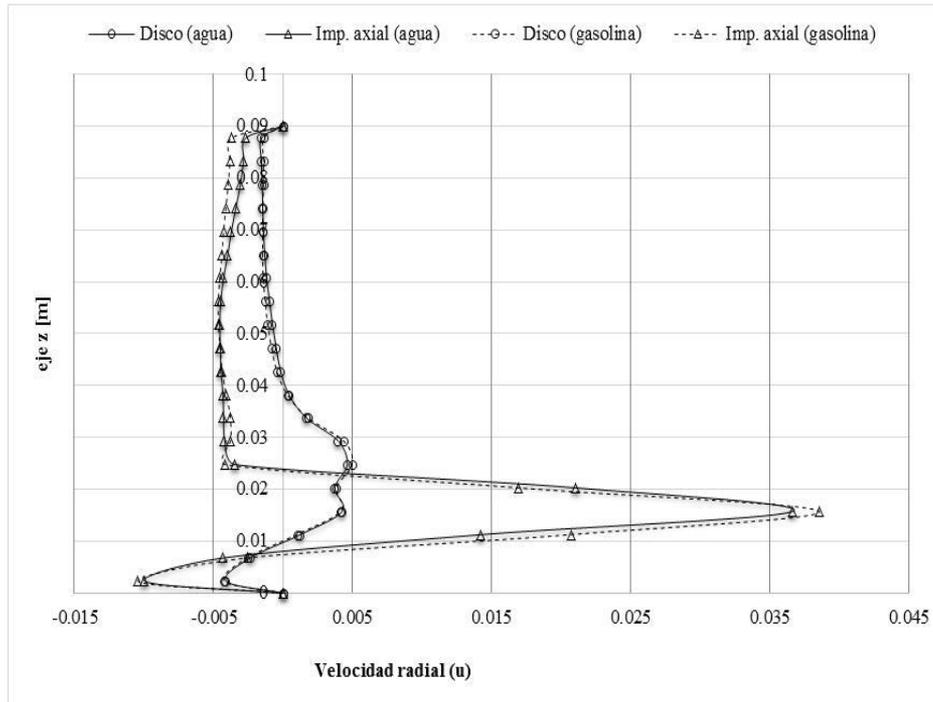
Comparación del vector velocidad en los núcleos de lado derecho para agua ( $Re=2.74 \times 10^4$ ) y gasolina ( $Re=0.63 \times 10^4$ ).

Fluido	Impulsor	$\nabla (+)$	$\nabla (-)$
Agua	Disco	0.0112	0.0065
	Flujo axial	0.0209	0.0320
Gasolina	Disco	0.0114	0.0065
	Flujo axial	0.0236	0.0351

Al comparar la magnitud del vector velocidad en agua que genera el impulsor de flujo axial con respecto al de disco, en los núcleos positivo (+) y negativo (-), se observa un incremento del 86.61 y 392.31 %, respectivamente.

De manera similar para gasolina, se encontró un aumento del 107.02 y 440.00 %, respectivamente.

Para hacer un análisis más detallado se hicieron gráficas del comportamiento de las componentes de velocidad radial (u) y axial (w) en algunas posiciones de interés.

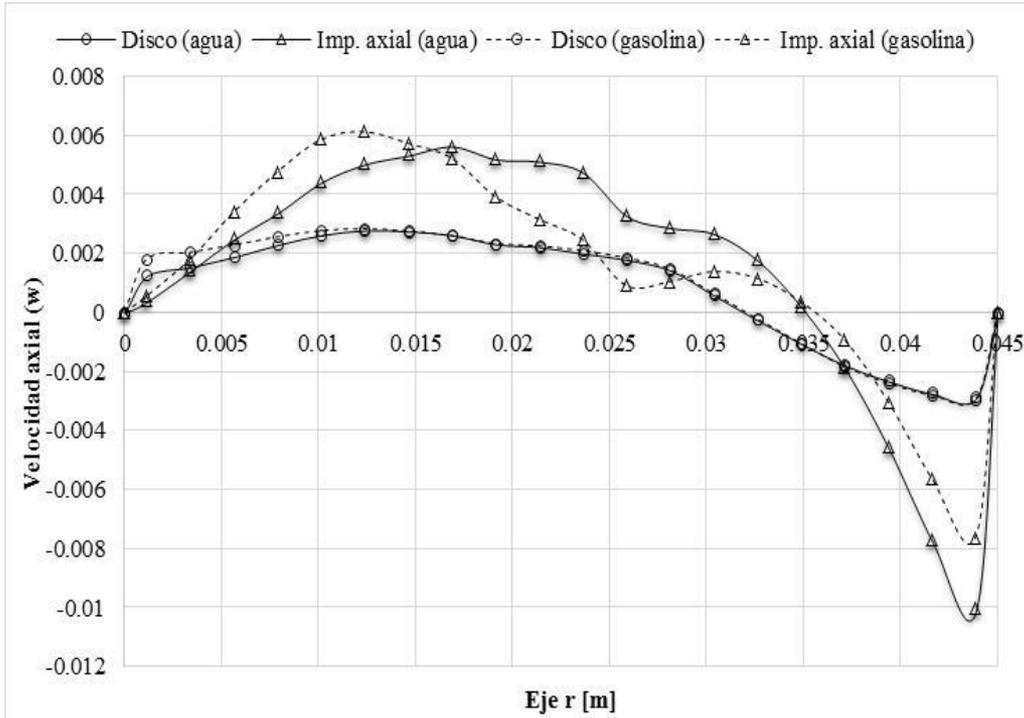


Componente de velocidad radial (u) en  $m_3=2.5$  cm, para agua ( $Re=2.74 \times 10^4$ ) y gasolina ( $Re=0.63 \times 10^4$ )

Valores máximos de la velocidad radial (u) para agua y gasolina

Fluido	Impulsor	$u_{m\acute{a}x}$
Agua	Disco	$-4.12 \times 10^{-3}$ , $+4.58 \times 10^{-3}$ , $-1.59 \times 10^{-3}$
	Flujo axial	$-9.96 \times 10^{-3}$ , $+36.64 \times 10^{-3}$ , $-4.58 \times 10^{-3}$
Gasolina	Disco	$-4.19 \times 10^{-3}$ , $+4.99 \times 10^{-3}$ , $-1.45 \times 10^{-3}$
	Flujo axial	$-10.40 \times 10^{-3}$ , $+38.57 \times 10^{-3}$ , $-4.63 \times 10^{-3}$

Haciendo la comparación de la magnitud máxima positiva se encontró un incremento del 699.65 % para agua y 672.64 % para gasolina.

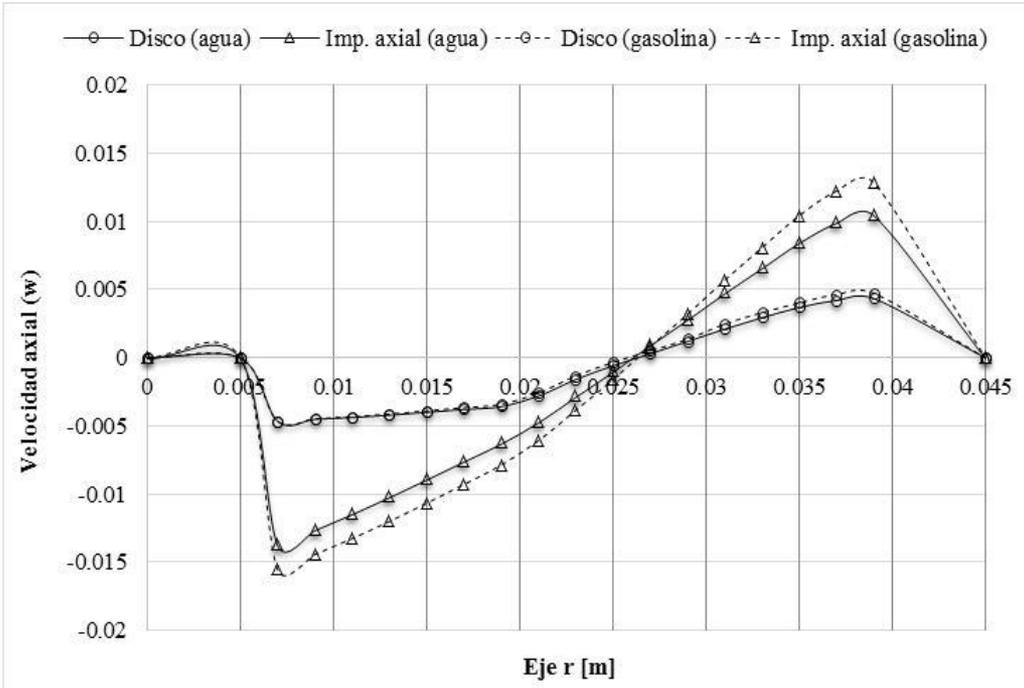


Valores máximos de la velocidad axial (w) para agua y gasolina

Fluido	Impulsor	$w_{m\acute{a}x}$
Agua	Disco	$+2.79 \times 10^{-3}$ , $-2.85 \times 10^{-3}$
	Flujo axial	$+5.65 \times 10^{-3}$ , $-10.04 \times 10^{-3}$
Gasolina	Disco	$+2.84 \times 10^{-3}$ , $-2.94 \times 10^{-3}$
	Flujo axial	$+6.13 \times 10^{-3}$ , $-7.63 \times 10^{-3}$

Haciendo la comparación de la magnitud máxima positiva se encontró un incremento del 101.89 % para agua y 115.74 % para gasolina.

Componente de velocidad axial (w) en  $m_1 = 0.93$  cm, para agua ( $Re = 2.74 \times 10^4$ ) y gasolina ( $Re = 0.63 \times 10^4$ )



Valores máximos de la velocidad axial (w) para agua y gasolina

Fluido	Impulsor	$w_{m\acute{a}x}$
Agua	Disco	$-4.65 \times 10^{-3}, +4.36 \times 10^{-3}$
	Flujo axial	$-13.72 \times 10^{-3}, +10.50 \times 10^{-3}$
Gasolina	Disco	$-4.66 \times 10^{-3}, +4.73 \times 10^{-3}$
	Flujo axial	$-15.53 \times 10^{-3}, +12.83 \times 10^{-3}$

Haciendo la comparación de la magnitud máxima positiva se encontró un incremento del 140.60 % para agua y 171.30 % para gasolina.

Componente de velocidad axial (w) en  $m_2 = 5.43 \text{ cm}$ , para agua ( $Re = 2.74 \times 10^4$ ) y gasolina ( $Re = 0.63 \times 10^4$ )

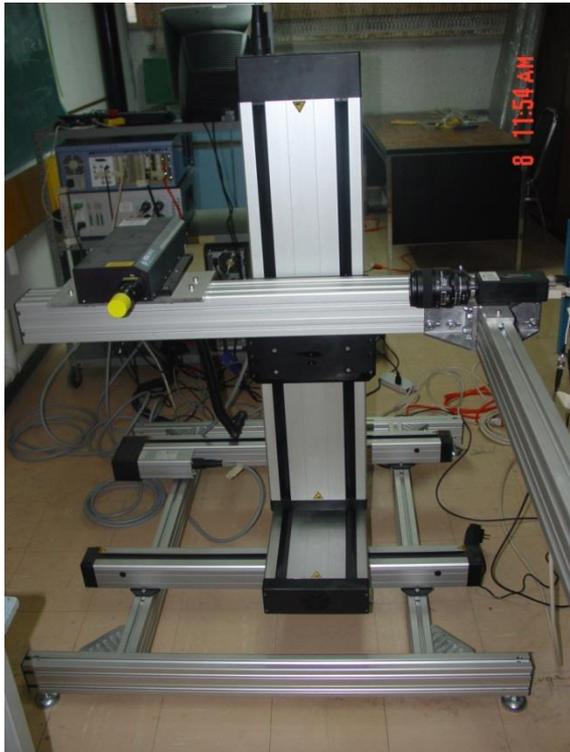
## Conclusiones

- Los resultados mostraron que el movimiento del fluido en el recipiente cilíndrico, generado por el impulsor de disco o de flujo axial, se forma de dos flujos: uno que gira en sentido horario, ubicado por debajo de los impulsores y otro que gira en sentido anti horario ubicado por encima de los mismos.
- Al comparar el impulsor de flujo axial con el de disco se encontró que: la componente de velocidad radial ( $u$ ) positiva aumentó 699.65% para agua ( $Re=2.74 \times 10^4$ ) y 672.64% para gasolina ( $Re=0.63 \times 10^4$ ); la componente de velocidad axial ( $w$ ) positiva, por debajo de los impulsores, se incrementó 101.89% y 115.74%, para los mismos números de Reynolds; y la componente de velocidad axial ( $w$ ) positiva, por encima de los impulsores, aumentó 140.60% y 171.30%, para los mismos números de Reynolds.

- Al comparar las magnitudes de las componentes de velocidad de la gasolina ( $Re=0.63 \times 10^4$ ) con los del agua ( $Re=2.74 \times 10^4$ ) se encontró que: los valores máximos positivos de la componente de velocidad radial ( $u$ ) aumentaron en promedio 7.11%; las magnitudes máximas positivas de la componente de velocidad axial ( $w$ ), por debajo de los impulsores, se incrementaron en promedio 4.98%; y los valores máximos positivos de la componente de velocidad axial ( $w$ ), por encima de los impulsores, aumentaron en promedio 15.27%.

Estos resultados revelan que el desempeño del flujo es más favorable en el impulsor de flujo axial que en el de disco, pues en todos los casos las magnitudes de su velocidad fueron más altas. Sin embargo, no se encontró un valor constante en la variación de los parámetros estudiados.

## Equipo experimental





**ECORFAN®**

**© ECORFAN-Mexico, S.C.**

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMIMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- ([www.ecorfan.org/](http://www.ecorfan.org/) booklets)